

Code MARTHE : Hydrodynamique et transport dans un aquifère parcouru par un drain pouvant être mis en charge

Note technique

NT EAU 2004/11
janvier 2014

Dominique THIÉRY

Synthèse

Le code de calcul MARTHE intègre un système de réseaux de drains totalement couplé au système aquifère.

Les drains sont organisés sous forme d'ensembles de réseaux palmés, comme un réseau hydrographique. Ils peuvent être à surface libre ou en charge. Ils peuvent en particulier être dénoyés, par abaissement du niveau de la nappe ou par prélèvement dans des tronçons de drain. Les écoulements dans le réseau de drains se font selon les différences de charge, et non pas selon une direction amont-aval prédéfinie. Les écoulements dans le réseau de drains peuvent donc changer de sens au cours du temps selon les variations de charge. Les pertes de charge par unité de longueur dans les drains sont linéaires avec les vitesses. Les échanges entre l'aquifère et les drains sont linéaires. Les drains ont une section rectangulaire, les résultats sont cependant peu différents d'une section cylindrique. Les calculs hydrodynamiques sont totalement couplés car les calculs dans l'aquifère et dans les réseaux sont simultanés et non pas itératifs ce qui garantit des calculs efficaces même en cas de couplage fort.

Le transport de masse est également couplé directement entre le système aquifère et les réseaux de drains. La dispersion dans le drain est assurée par un coefficient de diffusion dans le drain. Seul le schéma à "Différences Finies" est implémenté. Les calculs de transport dans les aquifères et dans les réseaux de drains sont également résolus simultanément sans nécessité d'itérations ce qui garanti des calculs efficaces.

Un exemple d'application extrait de Guizonnier (2000) est présenté en détail.

1 Introduction

Le code de calcul MARTHE intègre un système de réseaux de drains totalement couplé au système aquifère. Les caractéristiques en sont les suivantes

- Les drains sont organisés sous forme d'ensembles de réseaux.
Le réseau peut être :
 - palmé, comme un réseau hydrographique.
 - ou bien être quelconque sous forme « maillée » comme un réseau de distribution.
- Les drains peuvent être à surface libre ou en charge. Ils peuvent en particulier être dénoyés, par abaissement du niveau de la nappe ou par prélèvement dans des tronçons de drain.
- Les écoulements dans le réseau de drains se font selon les différences de charge, et non pas selon une direction amont-aval prédéfinie. Les écoulements dans le réseau de drains peuvent donc changer de sens au cours du temps selon les variations de charge.
- Les pertes de charge par unité de longueur dans les drains sont linéaires avec les vitesses
- Les échanges entre l'aquifère et les drains sont linéaires.
- Les drains ont une section rectangulaire, les résultats sont cependant peu différents d'une section cylindrique.
- Les calculs hydrodynamiques sont totalement couplés car les calculs dans l'aquifère et dans les réseaux sont simultanés et non pas itératifs ce qui garantit des calculs efficaces même en cas de couplage fort
- Le transport de masse est également couplé directement entre le système aquifère et les réseaux de drains. La dispersion dans le drain est assurée par un coefficient de diffusion dans le drain. Seul le schéma de transport à "Différences Finies" est implémenté dans le réseau de drains. Les calculs de transport dans les aquifères et dans les réseaux de drains sont également résolus simultanément sans nécessité d'itérations ce qui garantit des calculs efficaces.

Cette note présente un exemple d'application tiré du rapport BRGM "Développement d'un modèle de couplage entre deux outils de modélisation hydrodynamique : Réseau discret de tubes et modèle de milieu poreux" par X. Guizonnier, (septembre 2000).

On a repris les mêmes paramètres, puis on a réalisé des calculs avec un couplage 200 fois plus fort pour vérifier la stabilité des résultats avec un fort couplage. On a également simulé le transport couplé dans ce système.

Pour l'aquifère a été discrétisé grossièrement en 299 mailles de façon à présenter un exemple simple. Les résultats avec un maillage plus fin seraient donc un peu différents, mais ce n'est pas l'objet de cette note qui a pour but de montrer l'applicabilité du code de calcul.

2 Description du système modélisé

2.1 Géométrie du système

Le domaine aquifère modélisé est un rectangle de longueur 15000 m (Ouest Est) sur 12000 m (Nord Sud) et de 100 m d'épaisseur.

Il contient un drain (ou galerie) de longueur 12000 m (de l'abscisse 1500 m à l'abscisse 13500 m) ce drain est situé à mi-hauteur, donc à 50 m de profondeur.

2.2 Discrétisation

L'aquifère a été discrétisé simplement au moyen d'un maillage de 13 lignes de 23 colonnes, soit 299 mailles. Les colonnes ont toutes des largeurs de 750 m sauf les 2 colonnes de chaque limite qui ont pour largeur respectivement 370 m et 5 m. Les lignes ont toutes pour dimension 1000 m sauf les lignes n°10 et n°13 (en partant du haut) qui ont pour dimension 500 m.

Pour garantir une nappe captive l'altitude du toit de la nappe a été fixée à la cote -100 m et son substratum à la cote -200 m (soit une épaisseur de 100 m)

Le drain, situé dans la ligne n°7, est discrétisé par un affluent de 17 tronçons de 750 m de long sauf les 2 extrémités de 375 m. Le drain est situé à 50 m de profondeur, l'altitude du fond du drain a donc été fixée à la cote 150 m; sa section est carrée de 5 m de coté.

2.3 Paramètres hydrodynamiques

2.3.1 Aquifère :

- Perméabilité : $K_{nap} = 10^{-7}$ m/s
- Coefficient d'emmagasinement captif spécifique : $Ss = 10^{-7}$ m⁻¹

2.3.2 Drain :

- Perméabilité (conductivité) : $K_{dra} = 25.11$ m/s, déterminée pour obtenir, en l'absence de nappe, un débit $Q = 5.4$ l/s dans le drain avec une différence de charge $Diff_Charge = 0.10$ m entre ses 2 extrémités.

D'où $K_{dra} = Q \cdot L / (Section \cdot différence_de\ Charge)$

avec :

- $L = 11625$ m (compte tenu des dimensions des extrémités),
- $Q = 5.4 \cdot 10^{-3}$ m³/s,
- $Section = 25$ m², $Diff_Charge = 0.1$ m.

D'où $K_{dra} = 25.11$ m/s

- Coefficient d'échange = $Coef_Ech = 5 \cdot 10^{-3}$ (sans dimension).

Le débit d'échange Q_ech est en effet défini par :

$$Q_ech = Coef_Ech \cdot Satur \cdot K_{nap} \cdot L \cdot (H_{nap} - H_{dra})$$

avec : $Satur$ = facteur de saturation (ici égal à 1 puisque le drain est saturé)
 H_{nap} = charge dans la nappe
 H_{dra} = charge dans le drain

Dans la littérature on trouve parfois également la formulation :

$$Q_ech = \alpha \cdot Surf_Ech \cdot K_{nap} \cdot (H_{nap} - H_{dra})$$

avec : $Surf_Ech$ = surface d'échange = Périmètre * L
Périmètre = périmètre de la section du drain

D'où la relation :

$$\alpha = \text{Coef_Ech} / \text{Périmètre}$$

(α est donc exprimé en m^{-1})

$$\Rightarrow \alpha = 2.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}$$

puisque $\text{Coef_Ech} = 5 \cdot 10^{-3}$ et $\text{Périmètre} = 20 \text{ m}$.

En fait la relation donnant le débit d'échange peut s'écrire :

$$Q_{\text{ech}} = \text{Surf_Ech} \cdot K_{\text{nap}} \cdot [(H_{\text{nap}} - H_{\text{dra}}) / (1 / \alpha)]$$

$1 / \alpha$ est donc la distance radiale équivalente entre le centre du drain et le point où s'applique la charge de la nappe. On trouve ici une distance considérable $1 / \alpha = 4000 \text{ m}$ soit un couplage faible.

D'après la relation entre α et Coef_Ech , on peut également faire l'interprétation suivante :

$$\text{Distance radiale équivalente} = \text{Périmètre} / \text{Coef_Ech}$$

3 Calcul en régime permanent

3.1 Conditions aux limites

3.1.1 Aquifère

- Limite amont (à l'ouest) : Charge imposée $H = 600 \text{ m}$
- Limite aval (à l'est) : Charge imposée $H = 0 \text{ m}$

3.1.2 Drain

- Limite amont (à l'ouest) : Charge imposée $H = 0.1 \text{ m}$
- Limite aval (à l'est) : Charge imposée $H = 0.0 \text{ m}$

3.2 Résultats obtenus

Le couplage de la nappe et du conduit étant total et implicite, on obtient une convergence parfaite en 1 seule itération. La figure 1 montre le champ des charges obtenu dans l'aquifère. On voit en effet qu'il est faiblement influencé par le drain. La charge dans le drain, à mi-distance des extrémités est égale à 0.0535 m au lieu de 0.05 m en l'absence de nappe soit une très faible variation. Le débit d'échange total est égal à environ 1.6 l/s pour un débit moyen de 5.5 l/s dans le drain

3.3 Calcul avec un très fort couplage

Pour vérifier la stabilité des calculs avec un fort couplage on a réalisé le même calcul avec un coefficient d'échange 200 fois plus fort : $\text{Coef_Ech} = 1$ (sans dimension), soit $\alpha = 0.05 \text{ m}^{-1}$, soit une distance équivalente $1 / \alpha = 20 \text{ m}$. La convergence parfaite est également obtenue en 1 seule itération. La figure 2 montre le champ des charges obtenu dans l'aquifère. On voit en effet qu'il très fortement influencé par le drain. La charge dans le drain, à mi-distance des extrémités est égale à 0.071 m au lieu de 0.05 m en l'absence de nappe soit une forte variation. Le débit dans le drain varie de 3.4 l/s vers l'ouest (à l'extrémité est), à 8.3 l/s vers l'est (à l'extrémité est). Le débit d'échange total est égal à 17 l/s environ c'est à dire quasiment 100 % du débit entrant dans la nappe par sa limite amont.

4 Calculs en régime transitoire

4.1 Conditions aux limites

Elles sont identiques au régime permanent

4.2 Conditions initiales

La nappe est initialement au repos avec une charge égale à 0. Le drain a une charge initiale uniforme égale à 0.05 m (valeur moyenne entre ses 2 extrémités).

4.3 Résultats obtenus avec le couplage faible

La figure 3 montre les variations de charge dans un point de la nappe de coordonnées (7500 , 8500) . La figure 4 présente le débit d'échange drain-nappe. La figure 5 présente le débit d'alimentation de la nappe par sa limite amont. Ces résultats ont été obtenus avec un pas de temps de 60 jours.

Après 600 jours le débit d'échange Nappe drain est égal à 1.4 l/s soit seulement environ 20% du débit entrant dans la nappe par la limite amont (6.8 l/s) ce qui montre un couplage assez faible.

4.4 Résultats obtenus avec le couplage fort

La figure 6 montre les variations de charge dans la nappe au point d'observation. L'influence du drain est beaucoup plus forte puisque la charge atteint uniquement 90 m au lieu de 230 m avec le couplage faible. La figure 7 présente le débit d'échange drain-nappe. La figure 8 présente le débit d'alimentation de la nappe par sa limite amont. Compte tenu du fort couplage et des variations rapides les 10 premiers pas de temps ont été choisis égaux à 6 jours, et les suivants égaux à 60 jours. Il convient cependant de remarquer que même avec des grands pas de temps, la convergence des calculs est toujours assurée, mais les résultats sont forcément moins précis.

Après 600 jours le débit d'échange nappe-drain est égal à 16.5 l/s soit près de 100% du débit entrant dans la nappe par la limite amont (17.4 l/s) ce qui montre un très fort couplage.

5 Transfert de masse

5.1 Paramètres supplémentaires pour le transport

Les paramètres supplémentaires pour le transport sont les suivants :

- Dispersivité longitudinale = 1000 mètres, soit 1/15 de la longueur du système aquifère
- Dispersivité transversale = 200 mètres, soit 0.2 fois la dispersivité longitudinale
- Diffusion moléculaire = 0
- Porosité de l'aquifère = 0.5 %
- Diffusion dans le drain = $0.1 \text{ m}^2/\text{s}$

5.2 Conditions aux limites et conditions initiales

Les conditions aux limites sont les suivantes :

- Limite amont de l'aquifère : l'eau arrive avec une concentration égale à 100 (unités de concentration)
- Limite aval : l'eau sort avec sa concentration
- Drain : aucune condition limite : l'eau sort à l'aval avec sa concentration

Initialement le système est à concentration nulle

5.3 Résultats obtenus avec le couplage faible

La figure 9 montre le profil de concentration dans l'axe du drain simulé après 30000 jours dans l'aquifère et dans le drain. On voit qu'à l'aval du drain la concentration est plus élevée que dans l'aquifère. Dans le drain elle atteint 6% de la concentration injectée, alors qu'elle est quasi-nulle dans l'aquifère. La figure 10 montre l'historique de concentration à l'amont, au milieu et à l'aval du drain.

5.4 Résultats obtenus avec le couplage fort

La figure 11 montre le même profil de concentration mais avec le couplage fort. La figure 12 montre l'historique de concentration à l'amont, au milieu et à l'aval du drain. La concentration est plus élevée à l'amont du drain qu'à l'aval où elle est quasiment en équilibre avec celle de l'aquifère. La figure 13 montre qu'à l'aval du drain la concentration est plus élevée que dans l'aquifère : dans le drain elle atteint 40% de la concentration injectée, alors qu'elle est quasi-nulle dans l'aquifère. Ceci montre le très fort impact du drain qui transporte la masse vers l'aval.

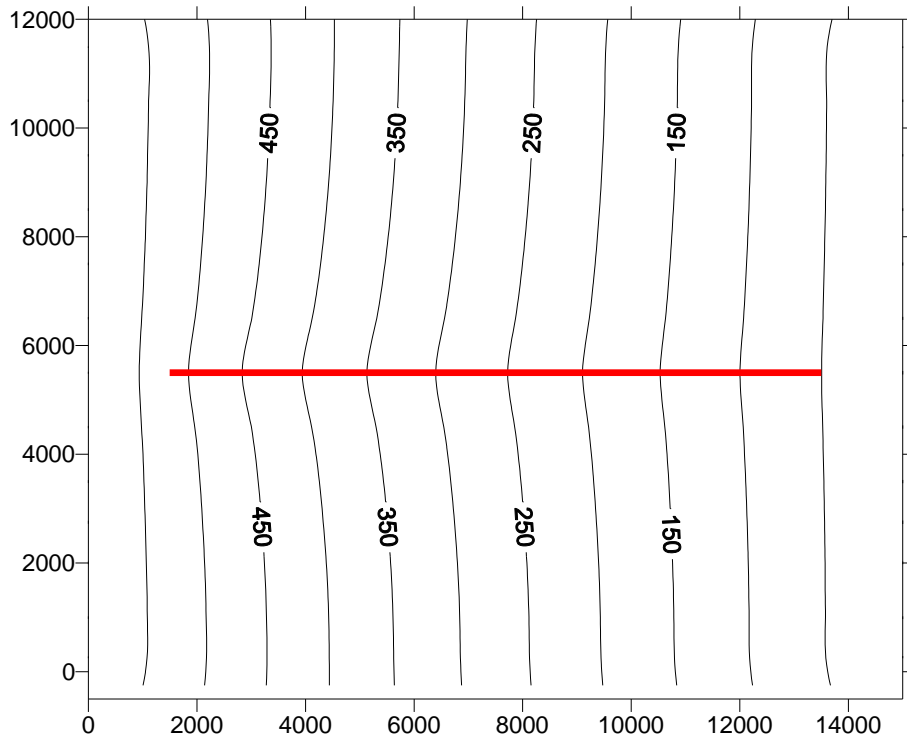


Fig . 1 : Tube_Drain : Couplage faible : Charges (régime permanent)

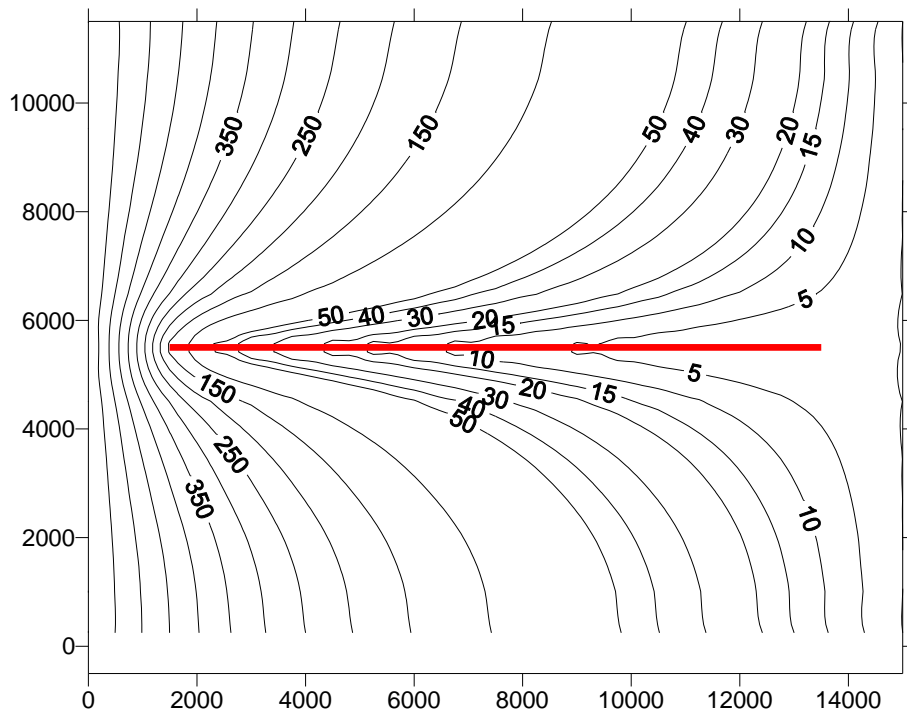


Fig . 2 : Tube_Drain : Couplage fort : Charges (régime permanent)

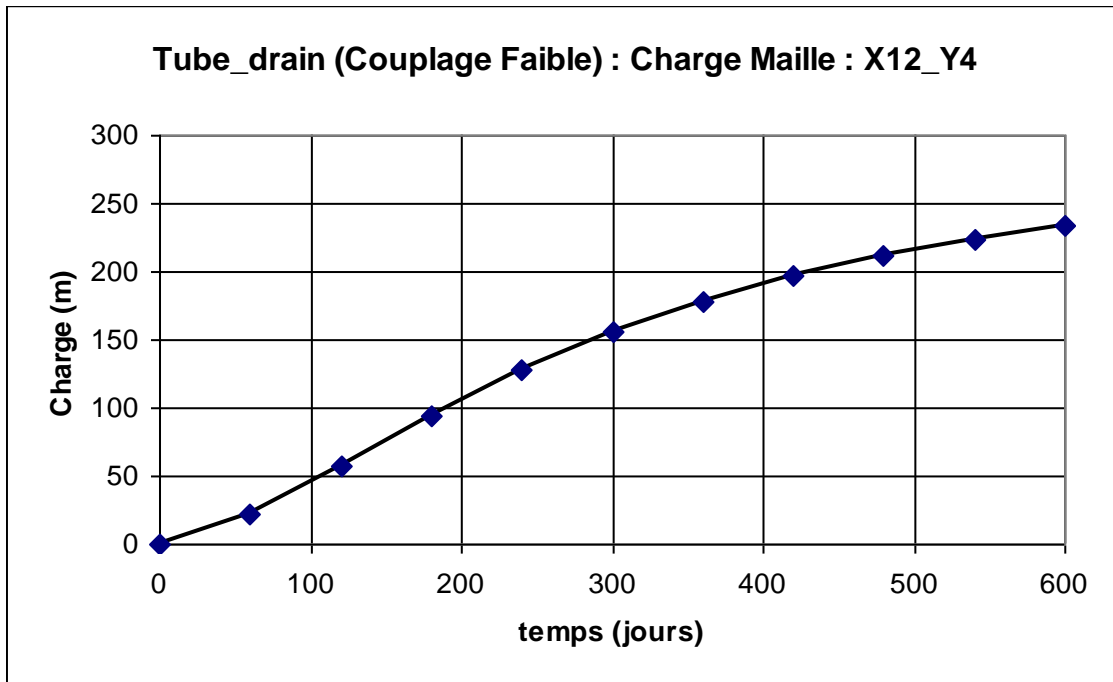


Fig. 3 : Couplage faible : Évolution des charges en régime transitoire au point de coordonnées (7500 , 8500)

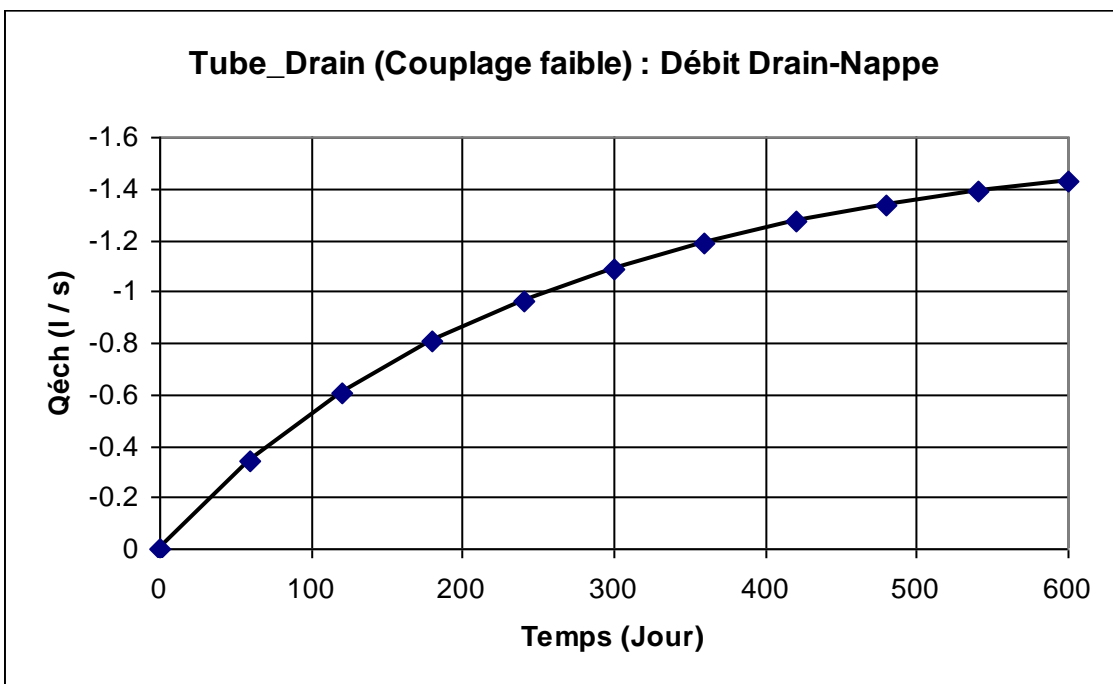


Fig. 4 : Couplage faible : Débit d'échange Drain-Nappe

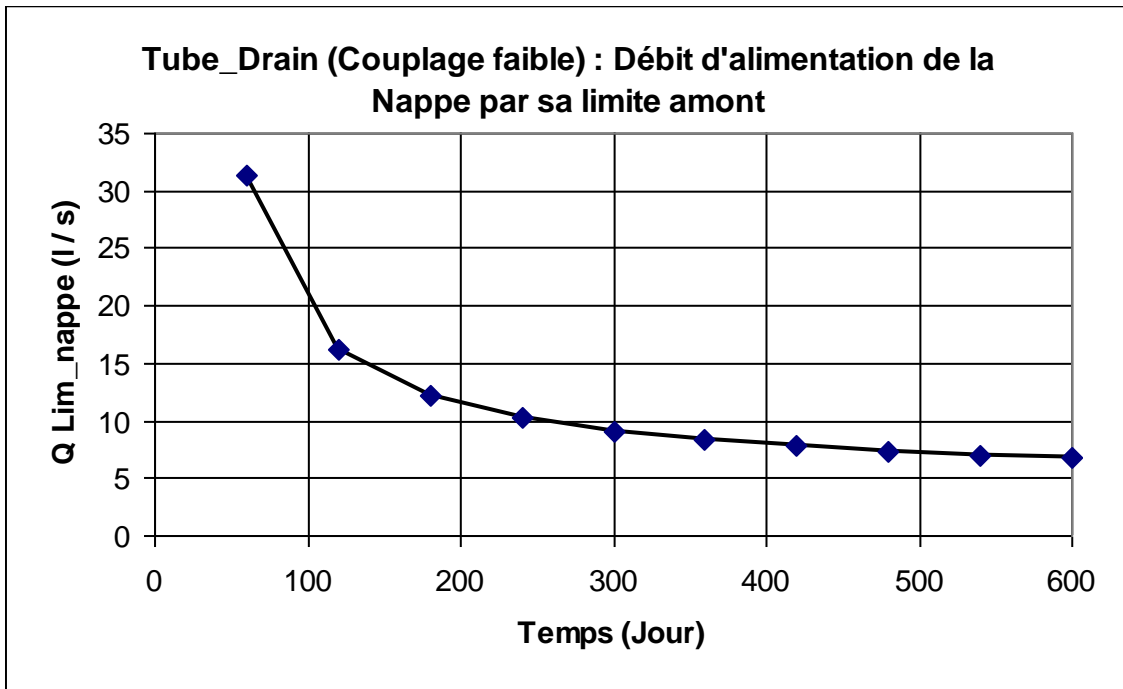


Fig. 5 : Couplage faible : Débit d'échange parvenant à la nappe par sa limite amont.

Couplage Fort

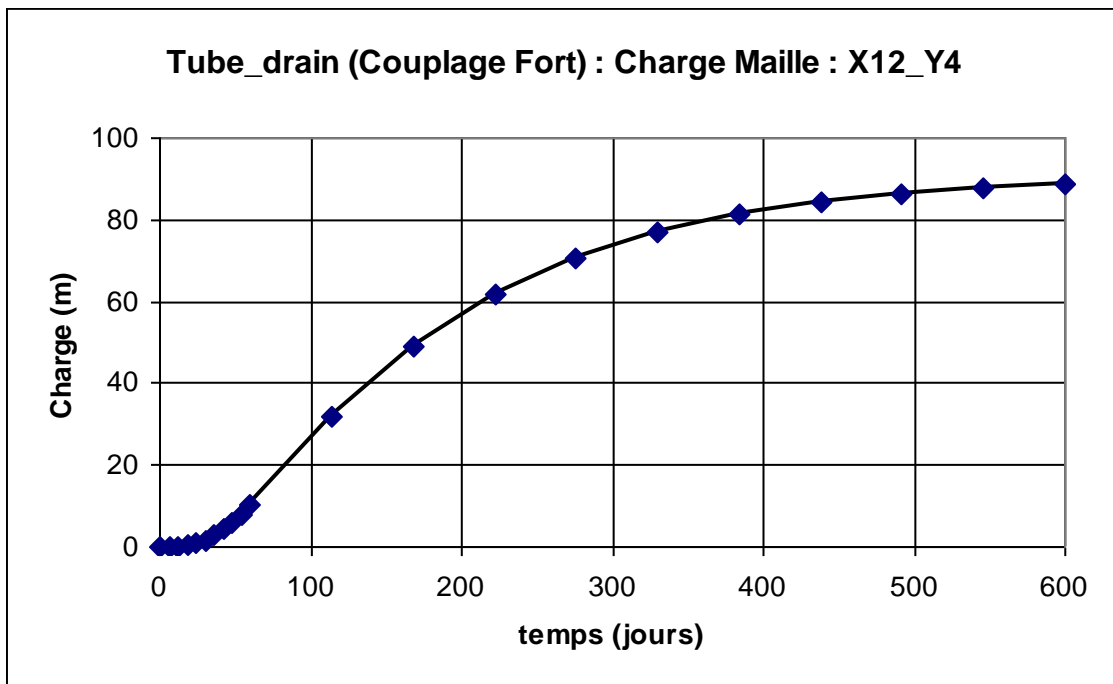


Fig. 6 : Couplage fort : Évolution des charges : Évolution des charges en régime transitoire au point de coordonnées (7500 , 8500)

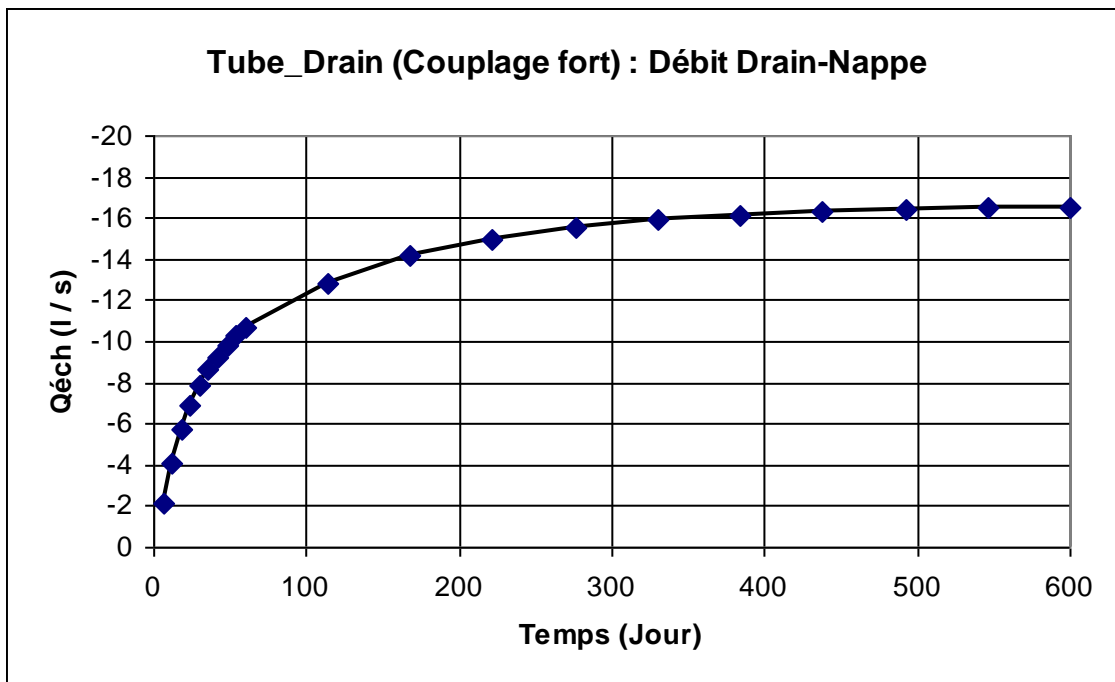


Fig. 7 : Couplage fort : Débit d'échange Drain-Nappe.

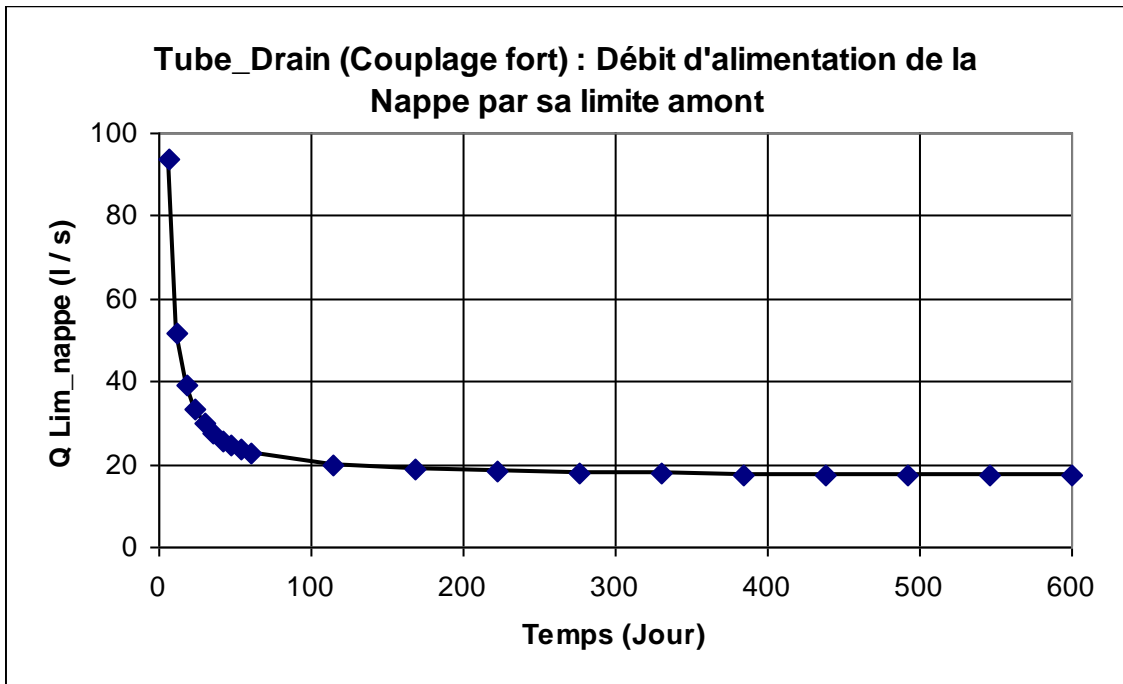


Fig. 8 : Couplage fort : Débit d'échange parvenant à la nappe par sa limite amont.

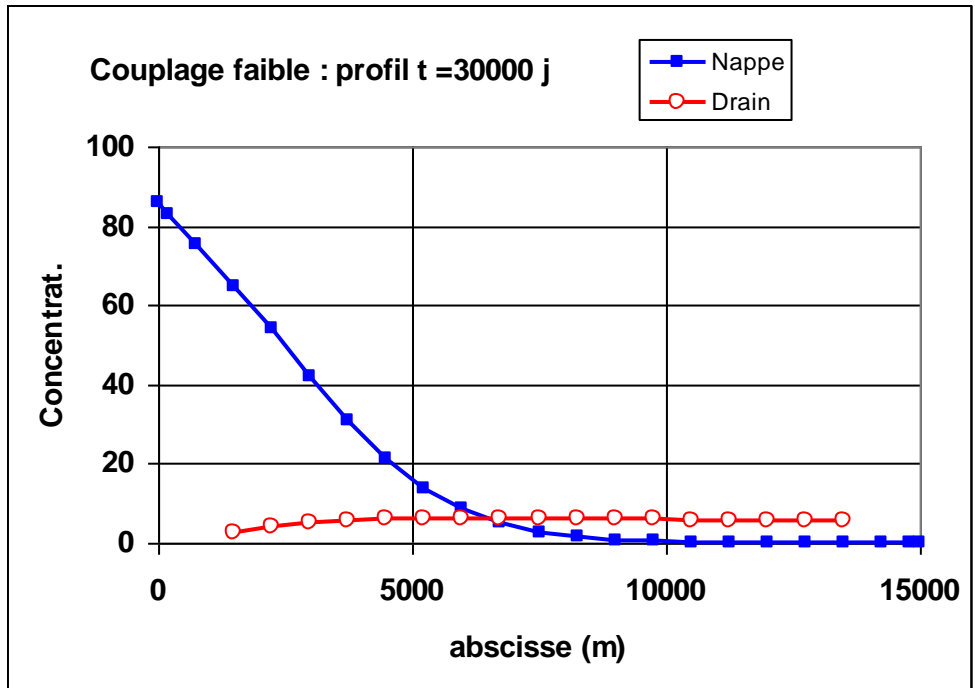


Fig. 9 : Couplage faible : Profil de concentration dans l'axe du drain après 30000 j

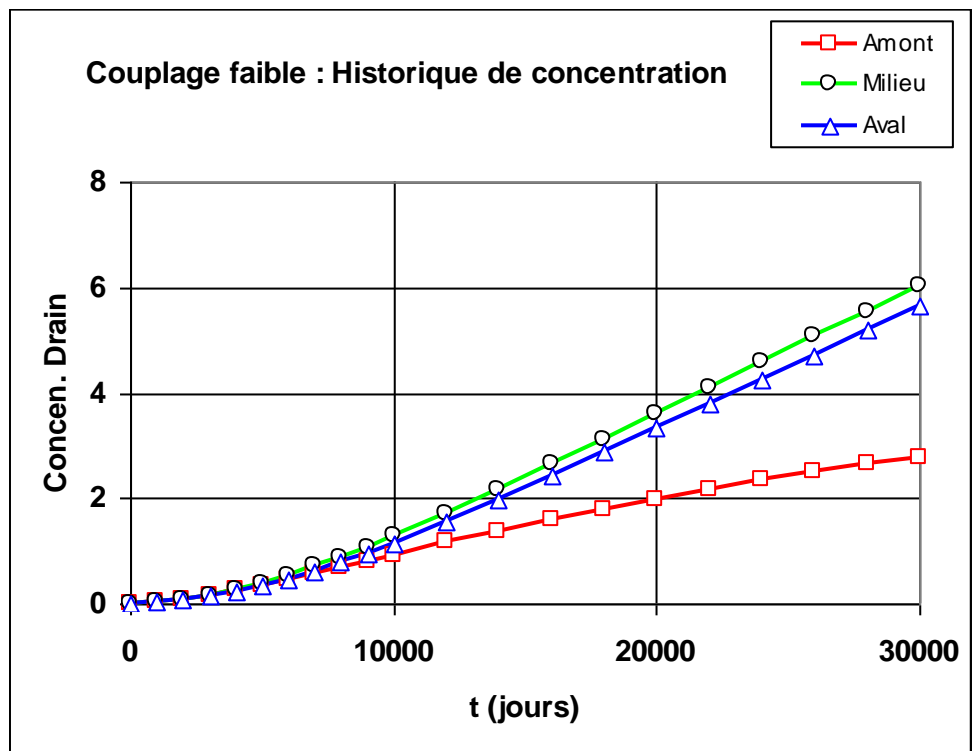


Fig. 10 : Couplage faible : Profil de concentration en 3 points du drain

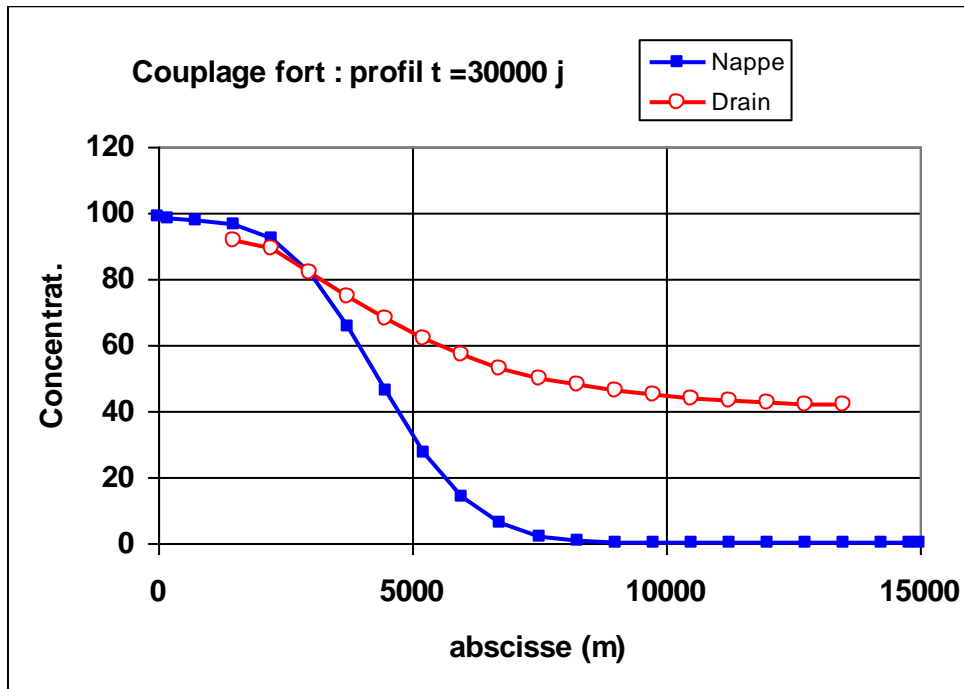


Fig. 11 : Couplage fort : Profil de concentration dans l'axe du drain après 30000 j

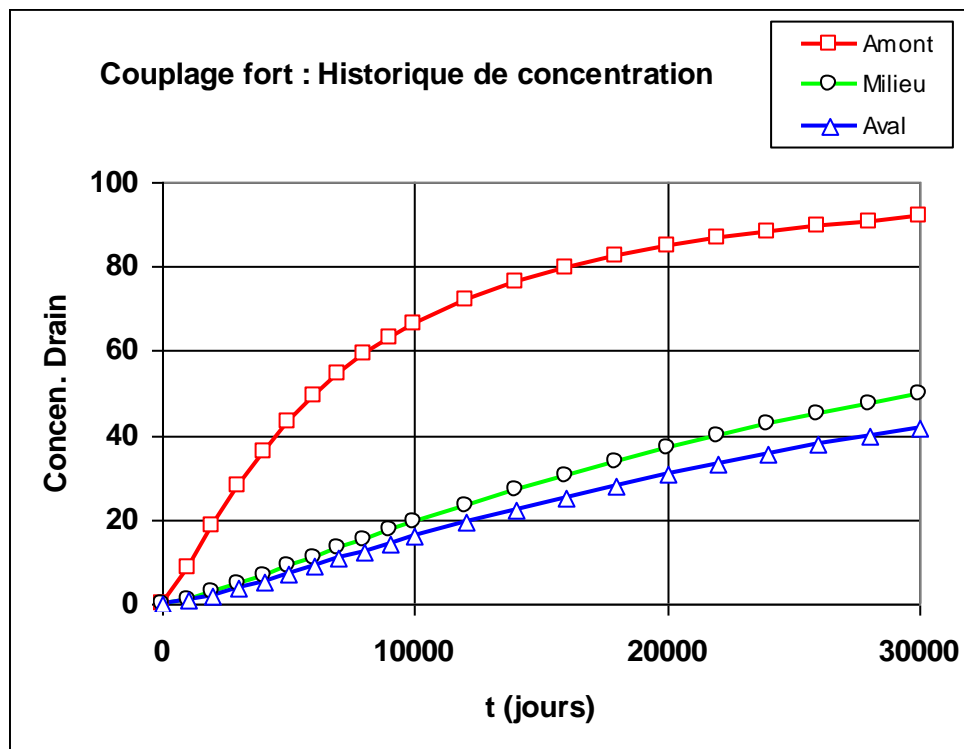


Fig. 12 : Couplage fort : Profil de concentration en 3 points du drain

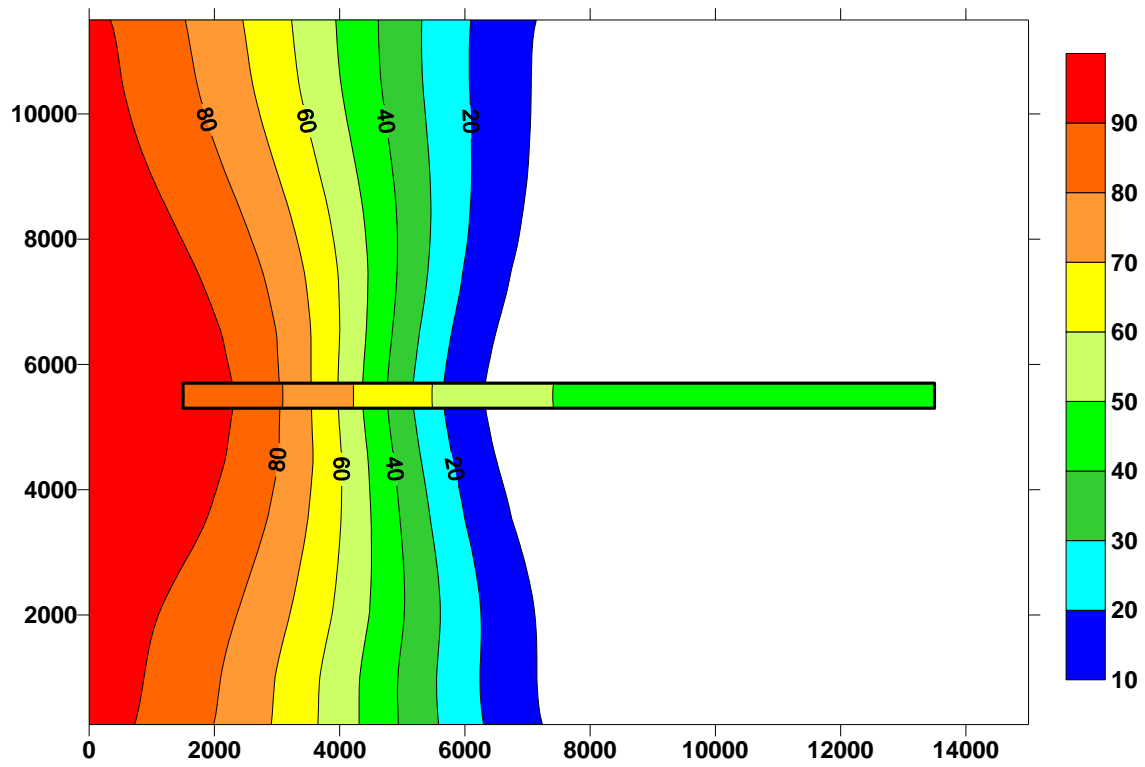


Fig . 13 : Tube_Drain : Couplage fort : Concentrations après 30000 jours (le drain a été élargi pour une meilleure visibilité)

Référence bibliographique

Guizonnier, X. 2000 - Développement d'un modèle de couplage entre deux outils de modélisation hydrodynamique : Réseau discret de tubes et modèle de milieu poreux, *rapport BRGM septembre 2000*.

Annexe 1

Présentation d'un fichier paramètre du code MARTHE
avec un « drain conduit »

Tube Drain Permanent

```

*** Contrôle de la Résolution Hydrodynamique ***
    0=Nombre maxi d'Itérations pour pas de temps suivant le pas n°0 [Transitoire]
    50=Nombre maxi d'Itérations pour le pas de temps n°0 (Permanent Initial)
    5e-5=Variation moyenne de Charge entre 2 Itérations pour convergence [Déf=1e-8]
    0=Coefficient de sous-Relaxation des calculs [Déf=1]
Perman=Régime de l'Hydrodynamique [0=Transitoire ; 1=Permanent]
*** Unités des données ***
    1e-7=Unité des Perméabilités des aquifères en m/s (ou m2)
    L/s=Unité des Débits en m3/s (ou kg/s si Gaz)
    Jou=Unité de Temps (des Pas de modèle) (sec, min, heu, jou, moi, ann, déca)
Specif=Emmag. Captif lus (0=Hydrogéol. ; 1=Spécif 2=Compress)
    %=Unité des Porosités = Teneurs en Eau en [-] ['%' si en %]
*** Réseau Hydrographique, Drains, Lacs ***
    2=Couplage avec un système de Drains [0=Non ; 1=Drains ; 2=Conduits]
    0=Système de Drains hiérarchisé en Réseau [0=Non ; 1=Oui]
    50=Nombre maximal de Tronçons de Drains [Déf=1500]
    0=Coefficient de Diffusion pour Transport dans les Drains ou Conduits (m2/s)
*** Initialisation avant calculs ***
/PERMEAB/GRILLE N: =1
/H_TOPOGR/GRILLE N: =-100
/H_SUBSTRAT/GRILLE N: =-200
/EMMAG_CAPT/GRILLE N: =1e-7
/DEBIT/MAILLE C= 1L= *P= 1V= 9999;
/DEBIT/MAILLE C= 23L= *P= 1V= 9999;
/CHARGE/GRILLE N: =300
/CHARGE/MAILLE C= 1L= *P= 1V= 600;
/CHARGE/MAILLE C= 23L= *P= 1V= 0;
/AFFLU_DRAIN/MAILLE C= 4:20 L= 7P= 1V= 1;
/TRONC_DRAIN/MAILLE C= 4:20 L= 7P= 1V= -1;
/ALTIT_DRAIN/GRILLE N: =-150
/CHARGE_DRAIN/GRILLE N: =5e-2
/CHARGE_DRAIN/MAILLE C= 4L= 7P= 1V= 0.1;
/CHARGE_DRAIN/MAILLE C= 20L= 7P= 1V= 0;
/Q_EXT_DRAIN/MAILLE C= 4L= 7P= 1V= 9999;
/Q_EXT_DRAIN/MAILLE C= 20L= 7P= 1V= 9999;
/LONG_DRAIN/GRILLE N: =750
/LONG_DRAIN/MAILLE C= 4L= 7P= 1V= 375;
/LONG_DRAIN/MAILLE C= 20L= 7P= 1V= 375;
/LARG_DRAIN/GRILLE N: =5
/H_VERT_DRAIN/GRILLE N: =5
/CONduc_DRAIN/GRILLE N: =2.511e8
/PERM_ECH_DRAI/GRILLE N: =5e-3
/*****/*****/ Fin d'Initialisation

```

Figure 14 : Extrait du fichier des paramètres : régime permanent, couplage faible

Annexe 2

Équations des écoulements dans un « drain conduit » modélisé avec code MARTHE

Conductivité d'un « Drain_Conduit » :

La conductivité dans le drain dépend essentiellement des pertes de charges (dues par exemple à la rugosité) dans le drain. La conductivité est direction fonction de la perte de charge par unité de longueur dans le drain_conduit :

- $\text{Débit_dans_drain} = \text{Section} * \text{Conductiv} * \text{Diff_Charge_drain_vois} / \text{Long}$
- $\Rightarrow 1 / \text{Conductiv.} = \text{Diff_Charge} / (\text{Longueur} * \text{Vitesse})$

Coefficient de Perméabilité du drain

- $Q_{\text{échang}} = \text{Coef_Perm} * \text{Perm_nap} * \text{'Satur_dra'} * \text{Long_dra} * (H_{\text{nappe}} - H_{\text{drain}})$
- Pour un drain isolé : $\text{Coef_Perm} = 0$
- Par contre pour un drain parfaitement perméable :
 $Q_{\text{échang}}$ est proportionnel à :
 - Perm_nap
 - Satur_drain
 - Long_dra
 - $(H_{\text{nappe}} - H_{\text{drain}})$

mais dépend aussi ... et de manière complexe : de l'épaisseur de l'aquifère, du diamètre (largeur) du conduit ou du moins du rapport « diamètre_Conduit / Épais_Aquifère », en supposant un conduit horizontal à mi-hauteur de l'aquifère.

Tout ceci est donc contenu dans le coefficient Coef_Perm qui peut être inférieur à 1 ou supérieur à 1 pour un drain parfaitement perméable, c'est-à-dire sans effet de « peau » imperméable.